

Disparidades Regionais em Minas Gerais

Márcio Antônio Salvato[✦]

Rodrigo Jardim Raad[✦]

Ari Francisco de Araujo Junior[✦]

Filipe Morais[✦]

Resumo:

O objetivo do artigo é buscar evidência sobre a existência de convergência de renda para o estado de Minas Gerais em vários níveis de agregação/desagregação regional. Para analisar a convergência no período entre 1991 e 2000, optou-se pela metodologia da matriz de transição de Markov para o caso discreto, como um processo estacionário de primeira ordem. Os resultados sugerem que no caso das microrregiões o processo de convergência é muito lento. Para as mesorregiões como um todo o resultado de convergência se mostrou na forma de “clubes de convergência”. No estado estacionário, calculado apenas com a trajetória observada entre 1991 e 2000, *ceteris paribus*, Minas Gerais deve apresentar uma classe inferior com 1/3 dos municípios e apenas duas outras classes acima da média. Na análise de cada mesorregião, foram encontrados quatro tipos de resultados para os estados estacionários: *i*) uma convergência *positiva extrema* na mesorregião Sul/Sudoeste, em que todos os municípios migram para uma classe de renda superior; *ii*) uma convergência *positiva* nas mesorregiões Central Mineira e Campo das Vertentes, em que se observa uma distribuição dos municípios deslocando para a direita – os pobres melhoram mais que os ricos; *iii*) uma convergência *negativa* para a mesorregião Vale do Mucuri, na qual tendem apenas se manter dois clubes de convergência, pobres e ricos, desaparecendo uma classe intermediária; *iv*) uma convergência *negativa extrema* para a mesorregião Jequitinhonha, na qual todos os municípios tendem para a classe inferior.

PALAVRAS CHAVE:

Desigualdades regionais, convergência de renda, processos de Markov.

[✦] Puc Minas (e-mail: marcio.idhs@virtual.pucminas.br)

[✦] Puc Minas.

[✦] Ibmec MG e Puc Minas.

[✦] Puc Minas.

1. Introdução

Explicar o crescimento econômico é um desafio que há muito está no cerne da ciência econômica. Muitos foram os esforços desde Adam Smith (1776), com seu livro intitulado “*A Riqueza das Nações*”, de fornecer de maneira plausível e consistente, o norte que seria capaz de responder às perguntas: Por que alguns países são mais ricos que outros? Quais os determinantes da riqueza de uma nação? Existe alguma tendência natural para que a renda de todos os países venha a se igualar?

Solow (1956) foi o pioneiro em fornecer contribuições mensuráveis e com ferramental matemático suficiente para explicar o crescimento a partir do comportamento de firmas e famílias, e não com hipóteses *ad hoc*. Sua principal conclusão foi de que o investimento não pode ser uma fonte de crescimento no longo prazo: apenas a mudança tecnológica. Este fato se explica através da Lei dos Rendimentos Marginais Decrescentes, a qual diz que a produção cresce a taxas decrescentes, ou seja, não é possível aumentar indefinidamente a produção aumentando indefinidamente um ingrediente da produção em face de outro. Esta tendência decrescente levará a economia a um estado de estagnação de suas atividades, o qual foi denominado por Solow de “*steady state*”.

Esta argumentação nos remete, conseqüentemente, a uma das principais questões do crescimento: “as economias têm tendência a convergir em direção aos mesmos níveis de renda? Ou seja, existe um mecanismo que permita que as economias menos desenvolvidas alcancem o nível de renda *per capita* das economias mais desenvolvidas?” (BAUMOL, 1986; BARRO e SALA-I-MARTIN, 1991, 1992).

Baumol (1986) testou essa hipótese, selecionando uma amostra de 16 países industrializados. Observou que estes tinham alcançado o líder (EUA) durante o último século. De Long (1988) critica os resultados de Baumol (1986) argumentando que a amostra selecionada era constituída somente de países desenvolvidos e que isso gerou o resultado de convergência. Na amostra não tinha, por exemplo, nenhum país africano. Nos termos do modelo de Solow os países selecionados por Baumol tinham estados estacionários semelhantes, por apresentarem semelhantes padrões tecnológicos, de investimento, de crescimento populacional, enfim.

No presente estudo o enfoque que será dado não é de uma relação entre países, mas sim uma relação inter-regional, considerando como unidades relevantes as mesorregiões e microrregiões do estado de Minas Gerais, as quais constituem 12 e 66 unidades, respectivamente, no total.¹ As disparidades de renda *per capita* encontrada em Minas Gerais justificam essa abordagem, assemelhando-se aos estudos *cross-country* dessa literatura. Minas Gerais é, na verdade, um bom representante da desigualdade de renda *per capita* verificada no Brasil. O norte de Minas se assemelha muito à região nordestina, enquanto o sul e sudoeste se assemelham às regiões mais ricas do país.

Na literatura sobre convergência de renda *per capita* existem várias metodologias disponíveis para testar a evidência de convergência. Dentre as principais pode-se citar: β -convergência, σ -convergência, Processos de Markov discreto e contínuo, distância entre densidades de Núcleo (Kernel density), dentre outras.

Tradicionalmente, para o estudo de convergência de renda *per capita*, têm-se usado os métodos de β -convergência e σ -convergência, pela sua facilidade de tratamento dos dados, bastando realizar um teste de hipótese sobre o sinal do coeficiente

¹ Divisão feita pelo IBGE, levando em consideração diferentes aspectos como determinações políticas, econômicas e sociais, para maiores detalhes acessem www.ibge.gov.br.

estimado. No entanto, a literatura apresenta várias críticas sobre essa metodologia, das quais destacamos: possibilidade de ocorrer inconsistência na estimação de β ; o conceito de σ -convergência não é adequado para mostrar se há ou não convergência, uma vez que indicadores de dispersão podem não ser adequados para mostrar o comportamento da distribuição regional do PIB *per capita* em alguns casos; os conceitos de β e σ -convergência e as técnicas usadas para estimá-los são incapazes de mostrar o comportamento da distribuição da renda regional no tempo, não permitindo que se façam inferências sobre a dinâmica em termos de posição relativa das regiões no caminho que leva, ou não, à convergência.

Parei aqui!!!

Nesse estudo, optou-se por trabalhar com a metodologia de Processo de Markov que nos permite superar alguns desses problemas. Adotando esse procedimento, é possível, por exemplo, estimar a probabilidade de transição de um certo município ou região entre classes de renda *per capita*. Além disso, é possível estimar qual será a estrutura após a convergência e o tempo necessário para atingi-la. Contudo, ainda não é possível estabelecer quais serão os municípios que estarão em cada classe após a convergência, mas é possível discriminar a distância entre eles. A ferramenta ainda permite fazer uma análise de convergência em clubes².

Nas próximas seções, o artigo apresenta um resumo da literatura sobre convergência, a descrição metodológica e dos dados e, finalmente, os resultados para micro e mesorregião.

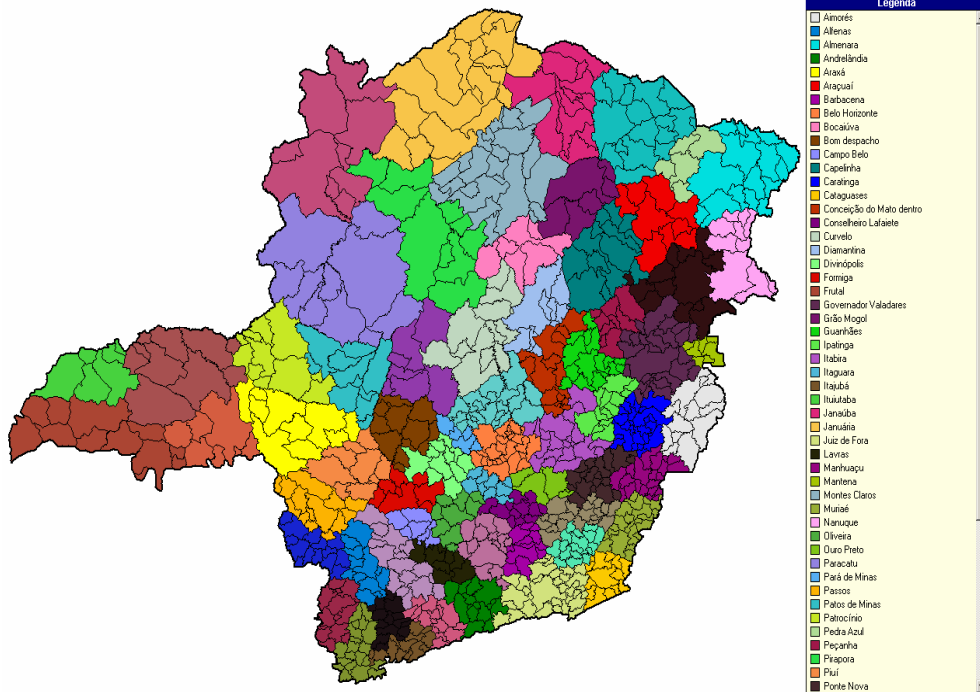
2. Primeiras Evidências

Segue abaixo dois mapas do Estado de Minas Gerais denotando as subdivisões convencionadas pelo IBGE. O Mapa 1 apresenta-se dividido em microrregiões enquanto o segundo está dividido em mesorregiões (Mapa 2). Ao norte, podemos observar aquelas (micro e mesorregiões) de maior extensão, como ao sul podemos encontrar as microrregiões de maior dinamismo econômico, como bem observa Diniz (1998).

² Quando for possível estimar a probabilidade de transição nas sub-regiões.

MAPA 1 – Minas Gerais em microrregiões

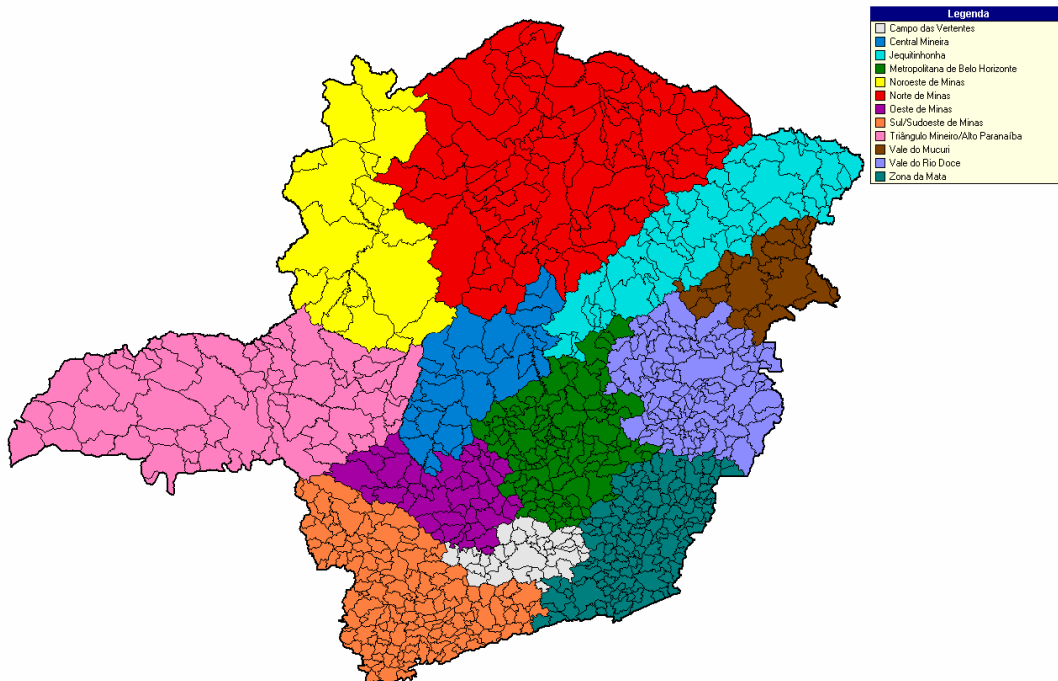
Microrregião
Municípios do Estado de Minas Gerais



FONTE: Atlas do Desenvolvimento Humano (2003).

MAPA 2 – Minas Gerais em mesorregiões

Mesorregião
Municípios do Estado de Minas Gerais



FONTE: Atlas do Desenvolvimento Humano (2003).

Passemos agora a analisar Minas Gerais segundo a distribuição de sua renda *per capita* através dos Censos de 1991 e 2000. Isso será feito porque a renda *per capita* "é uma estatística sintética útil acerca do nível de desenvolvimento econômico no sentido de que está altamente correlacionada com outros indicadores de qualidade de vida" (JONES, 1998, p.3).

Minas Gerais apresenta um quadro bem delineado no que diz respeito às disparidades entre suas micro e mesorregiões e quando nos voltamos para uma análise de indicadores como renda *per capita*, podemos identificar dentro do estado dois grandes blocos. Um bloco que abrange a região norte/nordeste do estado, sendo caracterizada como uma região mais pobre e o outro abrangendo o sul/sudoeste, sendo, conseqüentemente, caracterizada como uma região mais rica. Os censos de 1991 e 2000 são um retrato em dois períodos e confirma essa divisão territorial delimitando a disparidade interna de Minas Gerais. Um retrato do que obtemos com essa divisão segue abaixo.

Em 1991, a renda *per capita* do Brasil era R\$ 230,30³. Dentre os municípios da região rica, o município com melhor nível de renda era Belo Horizonte (MG), com R\$414, 94, e o pior município era Pedra Bonita (MG), com R\$ 49,80. Se compararmos com a região pobre do estado no mesmo ano de 1991, o município com maior renda *per capita* era Governador Valadares (MG), com R\$ 212, 89, e o pior era São João das Missões (MG), com R\$ 37,23.

Comparando-se com a renda *per capita* do Brasil de 2000 (R\$ 297,23), dentre os municípios da região rica do estado, o município com melhor valor continuou sendo Belo Horizonte (MG), com R\$ 557, 44, e o pior era Diogo Vasconcelos (MG), com R\$ 86,63.

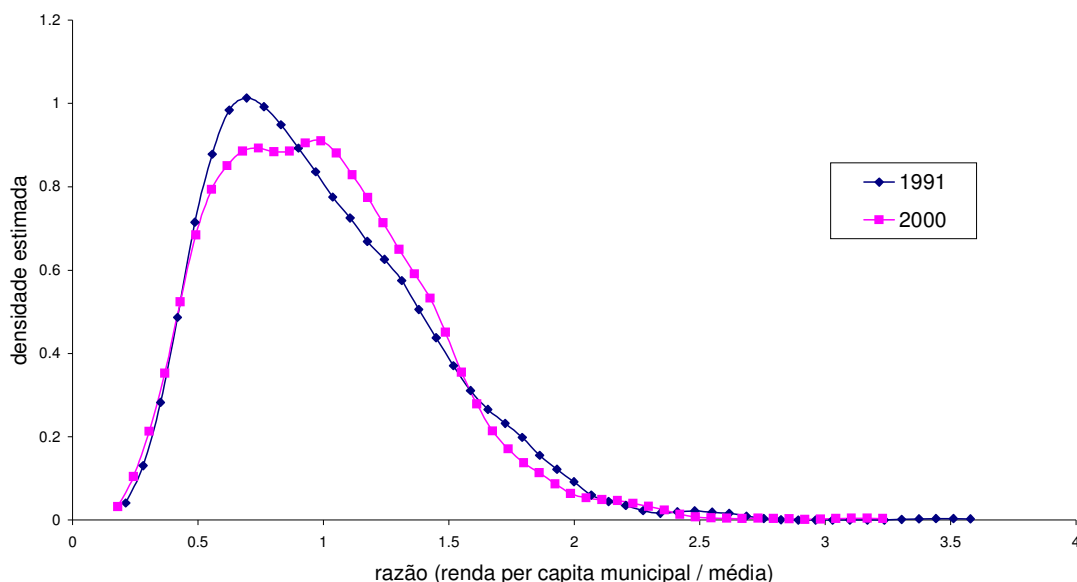
Mais uma vez se compararmos com a região pobre do estado no mesmo ano de 2000, nota-se que o município de Unaí (MG) era o de maior renda *per capita*, com R\$343, 52, e o pior era Bonito de Minas (MG), com R\$ 49,12.

A distribuição de renda *per capita* municipal para o ano de 1991, dos 546 municípios da região rica, pode-se observar que 143 (26,2%) tinham um valor inferior a R\$ 105,00; 359 (65,8%) tinham um valor entre R\$ 105,00 e R\$ 210,00; 43 (7,9%) tinham um valor entre R\$ 210,00 e R\$ 315,00 e apenas um com renda *per capita* superior a R\$ 315,00. Quando nos atemos a analisar a região pobre, dos 282 municípios da região, 89 (31,6%) tinham renda inferior a R\$ 65,00; 174 (61,7%) tinham um valor entre R\$ 65,00 e R\$ 130,00; 18 (6,4 %) tinham um valor entre R\$ 130,00 e R\$ 195,00; 1 (0,4%) tinha um valor superior a R\$ 195,00. Análise idêntica pode ser realizada para o ano de 2000.

Visto essa contextualização, nota-se que os dois censos (1991 e 2000) permitem uma análise de estática comparativa, e que torna visível as disparidades entre as regiões mencionadas, o que por si só já representa uma motivação para a presente constatação de convergência ou não das microrregiões e mesorregiões mineiras. Em outras palavras, e na forma da questão a ser respondida: as microrregiões ou mesmos as mesorregiões mineiras têm tendência a convergir em direção aos mesmos níveis de renda *per capita*?

³ Dados condensados pelo Atlas do Desenvolvimento Humano (2003) publicado pela Fundação João Pinheiro do estado de Minas Gerais, através dos Censos de 1991 e 2000.

Densidades estimadas para a renda per capita em relação à média



3. Metodologia

Existem várias metodologias para estudar a evidência de convergência de renda *per capita* entre regiões. A mais comumente utilizada é o conceito de β -convergência. Segundo Barro e Sala-i-Martin (1991, 1992) a β -convergência pode ser absoluta (incondicional) ou condicional. Ela será absoluta quando independe das condições iniciais, e condicional quando as diferentes economias são controladas por diferenças específicas em seus estados estacionários.

A hipótese de β -convergência absoluta, em geral, é testada através de um modelo econométrico do tipo:

$$\frac{1}{T} \ln \left(\frac{y_{i,T}}{y_{i,0}} \right) = \alpha + \beta \ln(y_{i,0}) + \varepsilon_i \quad (1)$$

em que $y_{i,0}$ é o PIB *per capita* da região i no período inicial; $y_{i,T}$ é o PIB *per capita* da região i no período t ; T é o número de períodos analisados; ε_i é um termo de erro, que deve ser aleatório $\varepsilon_i \sim (0, \sigma^2) \quad \forall i = 1, \dots, n$.

“De acordo com esse modelo, diz-se que há β -convergência quando β é negativo e estatisticamente significativo, uma vez que, nesse caso, a taxa média de crescimento da renda *per capita* entre os períodos 0 e T é negativamente correlacionadas com o nível inicial da renda *per capita*” (FOCHEZATTO e STULP, 2004, p.40).

A estimação de β possibilita calcular, ainda, a velocidade de convergência, $\theta = -\frac{\ln(1+T\beta)}{T}$. E o tempo necessário para que as economias percorram metade do

caminho que as separam de seus estados estacionários, chamado de meia-vida,

$$\tau = -\frac{\text{Ln}(2)}{\text{Ln}(1 + \beta)}.$$

O teste da hipótese de β -convergência condicional consiste em estimar o modelo econométrico abaixo, no qual algumas variáveis que tornam as regiões diferentes entre si são isoladas e mantidas constantes:

$$\frac{1}{T} \text{Ln} \left(\frac{y_{i,T}}{y_{i,0}} \right) = \alpha + \beta \text{Ln}(y_{i,0}) + \gamma X_i + \varepsilon_i \quad (2)$$

em que X_i representa o vetor de variáveis específicas do estado estacionário da economia da região i .

“Esse vetor, geralmente, é composto de variáveis de estado, como o estoque de capital físico e humano, e de variáveis de controle ou de ambiente, como a participação do consumo público e do investimento doméstico no PIB, as modificações dos termos de troca, a taxa de fecundidade, o grau de instabilidade política e outras”.

(Barro e Sala-i-Martin, 1991 e 1992; *apud* Focchezatto e Stulp, 2004, p.41)

Outro método utilizado para testar convergência é o da **σ -convergência** (convergência sigma), o qual se refere à redução da dispersão da renda ou produção *per capita* ao longo do tempo (BARRO e SALA-I-MARTIN, 1991 e 1992; *apud* FOCHEZATTO e STULP, 2004, p.41).

Ela consiste simplesmente no cálculo do desvio padrão e na comparação dos resultados em termos do PIB por habitante na data inicial e final do período considerado; há convergência quando ocorre diminuição do desvio padrão no período final. Em termos algébricos, o teste de sigma convergência pode ser expresso da seguinte forma:

$$\sigma = DP_t / DP_0 \quad (3)$$

em que DP é o desvio padrão da renda *per capita* nos períodos inicial (o) e final (t).

Segundo os autores, “para que haja convergência é preciso que essa razão seja menor que um” (FOCHEZATTO e STULP, 2004, p.40).

Essas ferramentas utilizadas para a constatação da existência ou não de convergência, apesar de bastante difundida na literatura, não está imune a críticas. “Na perspectiva teórica, a principal crítica refere-se à suposição de retornos decrescentes dos fatores de produção, decorrente da sua fundamentação nos modelos de crescimento neoclássico” (FOCHEZATTO e STULP, 2004, p.43).

Estes autores apontam críticas em termos empíricos, as quais se resumem em:

- Possibilidade de haver inconsistência entre os conceitos de β e σ -convergência: um aumento da dispersão da renda ou do produto *per capita* pode ser consistente com um coeficiente negativo para o parâmetro β ;
- O conceito de σ -convergência não é adequado para mostrar se há ou não convergência: indicadores de dispersão não são adequados para mostrar o comportamento da distribuição regional do PIB *per capita*;
- Os conceitos de β e σ -convergência e as técnicas usadas para estimá-los são incapazes de mostrar o comportamento da distribuição da renda

regional no tempo, não permitindo que se façam inferências sobre a dinâmica em termos de posição relativa das regiões no caminho que leva, ou não, à convergência.

Diante dessas deficiências desenvolveu-se uma metodologia capaz de suplantá-las, leia-se Processo Estacionário de Primeira Ordem de Markov⁴. De acordo com Simon e Blume (2004) este processo representa o cálculo de uma matriz probabilidade de transição das variáveis estudadas (no caso renda *per capita*) a partir de um período inicial. Trata-se de um sistema de equações em diferenças, onde a solução será a condição da economia no seu estado estacionário, após a convergência. Ou seja,

$$Y_{t+1} = AY_t$$

em que Y é um vetor linha de variáveis estudadas em dois períodos de tempo distinto; A é uma matriz de probabilidades de Markov, onde “seus coeficientes representam a probabilidade de passagem de um estado para outro” (SIMON e BLUME, 2004, p. 617). Para que o sistema tenha soluções é necessário estudar as propriedades da matriz A .

Segundo Fochezatto e Stulp (2004) a matriz de probabilidades de transição de níveis de renda entre as microrregiões (e mesorregiões para o presente estudo) é construída usando a razão desta variável em relação à média do Estado, o qual será considerado igual à unidade.

Com isso obtém-se uma função de distribuição regional do PIB per capita que irá possibilitar a distribuição das regiões em classes. Mediante a organização das duas distribuições em uma mesma estrutura de classes, será possível examinar como as regiões migram de uma classe para outra. Com base nessas migrações, será construída a matriz de probabilidades de transição de Markov.

(Fochezatto e Stulp, 2004, p.48)

Estabelecidas as classes de níveis de PIB *per capita*, verifica-se quantas regiões migraram de uma classe para outra, ou permaneceram na mesma, para os períodos analisados (no caso, os Censos de 1991 e 2000). Feito isso, estima-se a matriz de Markov. Com base nessa matriz, constrói-se um sistema de equações a diferenças, que, por meio de sua solução, gera as informações referentes ao processo de convergência (caso exista) do PIB *per capita* entre as regiões, no longo prazo.

Contudo, antes de estabelecer-se a construção da matriz de Markov procede-se ao teste de normalidade de cada uma das duas distribuições de PIB *per capita* (1991 e 2000), para as microrregiões e mesorregiões. Este teste foi feito tanto para a distribuição de PIB *per capita* quanto para a distribuição de PIB *per capita* dividida pela média do Estado.

Trata-se de um teste de hipótese em que a hipótese nula, ou H_0 , trata da existência de normalidade nas distribuições mencionadas, por outro lado, a hipótese alternativa, ou H_a , refuta a hipótese nula, alegando não normalidade nas distribuições. Para a validação de uma ou outra hipótese deve se estabelecer um nível de significância para o teste, o qual no presente estudo foi estabelecido em 5% e observar se a probabilidade do teste em questão tem valor superior ao nível de significância adotado, este é o caso em que aceitamos normalidade (H_0). A não rejeição de H_a ,

⁴ Para maiores detalhes, ver Apêndice Matemático.

consequentemente, ocorre quando a probabilidade do teste é inferior ao nível de significância.

Os testes de normalidade são necessários, uma vez que a construção das classes de níveis de renda *per capita* requer a hipótese de normalidade da distribuição dos dados populacionais, de onde foi extraída a amostra, requisito para estabelecer-se a amplitude da classe de nível de renda, que chamaremos de h .

O valor de h , ou seja, a dimensão do intervalo de classe é importante para a estimativa da função densidade de probabilidade. Um h muito grande faz com que haja grande número de pontos em cada intervalo, diminuindo a variância da estimativa. No entanto, isso leva a um formato de histograma menos adequado, já que aumenta o viés da estimativa. Com h pequeno, ocorre o contrário: reduz o viés, mas aumenta a variância (PAGAN e ULLAH, 1999; *apud* FOCHEZATTO e STULP, 2004, p.49). Dessa forma o valor de h deve ser escolhido de modo a obter uma escolha ótima para o *trade-off* entre viés e variância da estimativa.

De acordo com Magrini (1999, p.264) quando a distribuição é normal o valor ótimo do intervalo de classe é dado por:

$$h = 2,72s n^{-1/3}$$

em que s é o desvio-padrão da distribuição e n é o número de observações.

Uma vez definidas as classes de renda *per capita*, pode-se estimar a matriz de transição de Markov a partir de um estimador de máxima verossimilhança da probabilidade de transição, comparando o número de municípios que pertencem a uma certa classe de 1991 e migram para outras classes ou permanecem na mesma. As probabilidades de transição podem ser estimadas por⁵:

$$\hat{P}_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^n I_{A_j}(X_{t+1,k}) I_{A_k}(X_{t,k})}{\sum_{k=1}^n I_{A_i}(X_{t,k})}$$

Basicamente este estimador é uma contagem simples do número de municípios que estavam numa certa classe de renda *per capita* A_i no período t e migraram para uma classe A_j no período $t+1$. Na fórmula acima, $I(.)$ é uma função indicadora que irá fazer essa contagem. Denotamos M_t como a matriz de Markov, cujos elementos são os \hat{P}_{ij} .

A matriz de Markov relaciona o vetor de distribuição de probabilidade da variável renda *per capita* nas h classes A_i no período t , com aquela verificada no período $t+1$.

Haverá convergência quando a norma dos autovalores reais ou complexos for menor que a unidade. Como as somas das linhas da matriz de Markov M_t tem que ser 1, pois trata-se de uma matriz de probabilidade, obtemos sempre um autovalor 1, portanto sempre haverá uma convergência para um ou mais vetores de distribuição de renda. A presença de um único autovalor unitário e os demais com norma menor que 1, indica que temos um processo de convergência para uma única distribuição de probabilidade que será linear no autovetor correspondente ao autovalor unitário.

Com esse vetor de convergência é possível descrever qual é a estrutura da distribuição de renda à qual tende a evolução temporal do processo estocástico.

⁵ Ver o Apêndice Matemático.

Nesse estudo, fez uma análise adicional, incluindo a possibilidade de análise de clubes de convergência, repetindo o procedimento acima para cada mesorregião do estado de Minas Gerais.⁶

4. Resultados

Como descrito anteriormente, a pesquisa foi desenvolvida em dois graus de generalização, ou seja, o estudo de convergência foi feito tanto para microrregiões como para mesorregiões. Nesta seção apresentamos os resultados obtidos para os testes de normalidade e convergência para microrregiões e mesorregiões.

Normalidade

Para iniciar o procedimento metodológico proposto, foram realizados os testes de normalidade sobre as variáveis de renda *per capita* para o período básico 1991 e para o período final, 2000. Vários testes de normalidade foram possíveis de implementação, utilizando o programa econométrico STATA, de forma a dar maior robustez aos resultados. A hipótese nula de todos os testes é H_0 : normalidade.

Tabela 1 – Testes de Normalidade
Skewness/Kurtosis tests for Normality

Dados para as Mesorregiões				
Variável	Pr(Skewness)	Pr(Kurtosis)	Adj chi2(2)	Prob>chi2
Renda <i>per capita</i> 1991	0.248	0.620	1.82	0.4019
Renda <i>per capita</i> 2000	0.892	0.760	0.11	0.9457
Renda <i>per capita</i> relativa 1991	0.248	0.620	1.82	0.4019
Renda <i>per capita</i> relativa 2000	0.892	0.760	0.11	0.9457
Dados para as Microrregiões				
Variável	Pr(Skewness)	Pr(Kurtosis)	Adj chi2(2)	Prob>chi2
Renda <i>per capita</i> 1991	0.036	0.519	4.79	0.0911
Renda <i>per capita</i> 2000	0.686	0.420	0.84	0.6586
Renda <i>per capita</i> relativa 1991	0.036	0.519	4.79	0.0911
Renda <i>per capita</i> relativa 2000	0.686	0.420	0.84	0.6586

Shapiro-Wilk W test for normal data

Dados para Mesorregiões					
Variável	Observações	W	V	Z	Prob>Z
Renda <i>per capita</i> 1991	12	0.95141	0.812	-0.406	0.65766
Renda <i>per capita</i> 2000	12	0.96782	0.538	-1.209	0.88669
Renda <i>per capita</i> relativa 1991	12	0.95141	0.812	-0.406	0.65766
Renda <i>per capita</i> relativa 2000	12	0.96782	0.538	-1.209	0.88669
Dados para Microrregiões					
Variável	Observações	W	V	Z	Prob>Z
Renda <i>per capita</i> 1991	66	0.95662	2.546	2.025	0.02141
Renda <i>per capita</i> 2000	66	0.97632	1.390	0.713	0.23777
Renda <i>per capita</i> relativa 1991	66	0.95662	2.546	2.025	0.02141

⁶ Para certas regiões é possível que a metodologia não seja aplicável por causa da impossibilidade de construir o estimador da probabilidade de transição.

Renda <i>per capita</i> relativa 2000	66	0.97632	1.390	0.713	0.23777
---------------------------------------	----	---------	-------	-------	---------

Shapiro-Francia W' test for normal data

Dados para Mesorregiões					
Variável	Observações	W'	V'	Z	Prob>Z
Renda <i>per capita</i> 1991	12	0.95177	0.899	-0.176	0.57003
Renda <i>per capita</i> 2000	12	0.97601	0.447	-1.292	0.90175
Renda <i>per capita</i> relativa 1991	12	0.95177	0.899	-0.176	0.57003
Renda <i>per capita</i> relativa 2000	12	0.97601	0.447	-1.292	0.90175

Dados para Microrregiões					
Variável	Observações	W'	V'	Z	Prob>Z
Renda <i>per capita</i> 1991	66	0.95931	2.627	1.867	0.03095
Renda <i>per capita</i> 2000	66	0.98124	1.211	0.379	0.35234
Renda <i>per capita</i> relativa 1991	66	0.95931	2.627	1.867	0.03095
Renda <i>per capita</i> relativa 2000	66	0.98124	1.211	0.379	0.35234

Fonte: cálculo dos autores

Pelos testes (Tabela 1) realizados, não se rejeita a hipótese de normalidade para todos os casos e testes utilizados, exceto para a renda *per capita* (e relativa) entre as microrregiões para o ano de 1991 no testes de Shapiro-Francia e Shapiro-Wilk.

A seguir faremos a análise de convergência pelo modelo de matriz de Markov em vários níveis de agregação dos dados. Primeiramente a análise de Minas Gerais por mesorregião e microrregião. Posteriormente a análise de cada mesorregião.

Minas Gerais: microrregião

Considerando os dados do Atlas do Desenvolvimento Humano de 2003 da Fundação João Pinheiro do Estado de Minas Gerais, pode-se dividir o estado em 66 (sessenta e seis) microrregiões. O cálculo do h ótimo, seguindo a metodologia de Magrini (1999), forneceu a definição de 8 classes de renda *per capita* a serem consideradas⁷. A Tabela 2 apresenta as classes de renda *per capita* para as microrregiões mineiras.

Tabela 2

Classes de Renda per capta (relativa)		
Minas Gerais por Microregiões		
n = 66 mesorregiões; h = 0,25		
Classe	Li	Ls
1	0,25	0,50
2	0,50	0,75
3	0,75	1,00
4	1,00	1,25
5	1,25	1,50
6	1,50	1,75
7	1,75	2,00
8	2,00	2,25

⁷ Vale ressaltar que há um valor de h para cada distribuição de PIB *per capita* (1991 e 2000), portanto o valor de h considerado é uma média destes dois valores.

A matriz que representa a probabilidade de passagem de um estado para outro, ou seja, a matriz de Markov para microrregiões está apresentada na Tabela 3. A distribuição de probabilidade do início do período, 1991, está apresentada na Tabela 4. Essa distribuição mostra a porcentagem de microrregiões que ocupam cada estrato de renda em 1991.

Tabela 3

Matriz de Markov (transposta)								
Minas Gerais por Microrregiões								
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1,00	0,14	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	0,00	0,64	0,06	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
3	0,00	0,21	0,75	0,06	0,00	0,00	0,00	0,00
4	0,00	0,00	0,19	0,82	0,10	0,00	0,00	0,00
5	0,00	0,00	0,00	0,12	0,90	0,00	0,00	0,00
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	1,00	0,00
7	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00
8	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Tabela 4

Minas Gerais por Microrregiões	
Classe	Dist. Inicial
1	0,06
2	0,21
3	0,24
4	0,26
5	0,15
6	0,03
7	0,03
8	0,02

Após a solução do sistema de equações a diferenças chegou-se à solução de equilíbrio de longo prazo, bem como das distribuições de probabilidade para cada período a frente (até 8)⁸, que estão apresentadas na Tabela 5.

Tabela 5

⁸ Cada período, na verdade, refere-se a 9 anos, uma vez que o período de t e $t+1$ na base de dados refere-se ao intervalo de 1991 a 2000.

Minas Gerais por Microrregiões												
Classes de PIB per capita		Convergência das 4 classes de PIB per capita de Minas Gerais em direção ao equilíbrio de longo prazo										
		Períodos (cada período se refere a intervalo de 9 anos)										
Li	Ls	Inicial	1	2	3	4	5	6	7	8	Infinito	
1 - 0.25	0.50	6.1%	9.1%	11.3%	12.9%	14.1%	15.1%	15.9%	16.6%	17.2%	92.4%	
2 - 0.50	0.75	21.2%	15.2%	11.3%	8.7%	6.9%	5.7%	4.8%	4.1%	3.6%	0.0%	
3 - 0.75	1.00	24.2%	24.2%	23.0%	21.4%	19.6%	18.0%	16.5%	15.3%	14.2%	0.0%	
4 - 1.00	1.25	25.8%	27.3%	28.7%	29.8%	30.5%	30.9%	31.1%	31.1%	31.0%	0.0%	
5 - 1.25	1.50	15.2%	16.7%	18.2%	19.8%	21.3%	22.7%	24.1%	25.4%	26.5%	0.0%	
6 - 1.50	1.75	3.0%	6.1%	7.6%	7.6%	7.6%	7.6%	7.6%	7.6%	7.6%	6.1%	
7 - 1.75	2.00	3.0%	1.5%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	
8 - 2.00	2.25	1.5%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	

Tempo necessário para atingir a metade do caminho em direção ao estado estacionário (em anos) = $\ln(2)/\ln(\text{maior autovalor, exceto o unitário}) = 2236$

A solução de equilíbrio (sinalizada na tabela por “infinito”) informa que, no longo prazo, existirão apenas 2(duas) classes de PIB *per capita* no Estado de Minas Gerais quando o analisamos sob a ótica de microrregiões. Esse resultado revela que haverá um processo de convergência lento⁹ entre as microrregiões do estado, ao qual podemos chamar de “clubes de convergência”: apenas as classes 1 e 6 subsistirão no longo prazo. Ainda com respeito ao tempo de convergência, nota-se que as classes 7 e 8 convergem rapidamente para o longo prazo, deixando de apresentar municípios que se distanciam da média de renda *per capita* do Estado além de 1.75 desvios-padrão. Nas demais classes, a convergência é muito lenta. Por exemplo, com 8 períodos a frente, as classes 1 a 6 estarão ainda muito longe do estado estacionário¹⁰.

Minas Gerais: mesorregião

Analisaremos agora a possibilidade de convergência entre as mesorregiões do estado de Minas Gerais. Pode-se dividir o Estado em 12 mesorregiões. O cálculo do *h* ótimo, seguindo a metodologia de Magrini (1999), forneceu a definição de 4 classes de renda *per capita* a serem consideradas. A Tabela 6 apresenta as classes de renda *per capita* para as microrregiões.

Tabela 6

Classes de Renda per capita (relativa)		
Minas Gerais por Mesorregiões		
n = 12 mesorregiões; h = 0,4		
Classe	Li	Ls
1	0,20	0,60
2	0,60	1,00
3	1,00	1,40
4	1,40	1,80

⁹ O tempo necessário para atingir a metade do caminho até o longo prazo é de 2236 anos.

¹⁰ Ressalta-se que esse tipo de análise se faz a partir da observação de uma evolução em 9 anos e considerando que a mesma será válida para frente, sem a intervenção de choques exógenos (mudança tecnológica ou mesmo intervenção governamental).

A matriz que representa a probabilidade de passagem de um estado para outro, ou seja, a matriz de Markov para mesorregiões está apresentada na Tabela 7. A distribuição de probabilidade do início do período, 1991, está apresentada na Tabela 8.

Tabela 7

Matriz de Markov (transposta)				
Minas Gerais por Mesorregiões				
	1	2	3	4
1	1,00	0,17	0,00	0,00
2	0,00	0,67	0,00	0,00
3	0,00	0,17	1,00	0,00
4	0,00	0,00	0,00	1,00

Tabela 8

Minas Gerais por Mesorregiões	
Classe	Dist. Inicial
1	0,08
2	0,50
3	0,25
4	0,17

Após a solução do sistema de equações a diferenças chegou-se à solução de equilíbrio de longo prazo, bem como das distribuições de probabilidade para cada período a frente (até 8), que estão apresentadas na Tabela 9.

Tabela 9

Minas Gerais por Mesorregiões												
Classes de PIB per capita		Convergência das 4 classes de PIB per capita de Minas Gerais em direção ao equilíbrio de longo prazo										
		Períodos (cada período se refere a intervalo de 9 anos)										
Li	Ls	Inicial	1	2	3	4	5	6	7	8	Infinito	
1 -	0.20 0.60	8.3%	16.7%	22.2%	25.9%	28.4%	30.0%	31.1%	31.9%	32.4%	33.3%	
2 -	0.60 1.00	50.0%	33.3%	22.2%	14.8%	9.9%	6.6%	4.4%	2.9%	2.0%	0.0%	
3 -	1.00 1.40	25.0%	33.3%	38.9%	42.6%	45.1%	46.7%	47.8%	48.5%	49.0%	50.0%	
4 -	1.40 1.80	16.7%	16.7%	16.7%	16.7%	16.7%	16.7%	16.7%	16.7%	16.7%	16.7%	

Tempo necessário para atingir a metade do caminho em direção ao estado estacionário (em anos) = $\ln(2)/\ln(\text{maior autovalor, exceto o unitário}) =$ 15

A solução de equilíbrio nos revela que, no longo prazo, uma classe desaparecerá. Além disso, ao contrário do resultado para microrregiões, temos uma rápida convergência para o estado estacionário, sendo que o tempo necessário para atingir a metade do caminho em direção ao estado estacionário é de apenas 15 anos. Novamente temos um resultado de “clubes de convergência” em que deixará de existir a segunda

classe, persistindo apenas uma classe inferior (0.20 a 0.60 do nível de renda *per capita* médio estadual) com 1/3 dos municípios e apenas duas outras classes acima da média. Ressalta-se ainda que a classe superior se mantém constante através da trajetória de crescimento equilibrado.

Mesorregiões: evidências adicionais

A seguir, para verificar se os resultados encontrados acima são robustos procedeu-se a aplicação da metodologia para cada uma das mesorregiões, quando for o caso¹¹. A aplicação foi possível apenas para 5 mesorregiões, dentre as 12 existentes, a saber: Campo das Vertentes, Central Mineira, Jequitinhonha, Sul/Sudoeste de Minas, Vale do Mucuri.

A definição do h ótimo e das respectivas classes estão apresentados nas Tabelas 10 a 14. As matrizes de probabilidade de transição, estimadas para cada mesorregião, estão apresentadas nas Tabelas 15 a 19. Por fim, as distribuições iniciais, sua evolução no tempo, as distribuições de longo prazo e o tempo necessário para atingir a metade do caminho em direção ao estado estacionário estão apresentados nas Tabelas 20 a 24.

Tabela 10

Classes de Renda per capita (relativa)		
Mesorregião: Campo das Vertentes		
n = 36 municípios; h = 0.27		
Classe	Li	Ls
1	0,46	0,73
2	0,73	1,00
3	1,00	1,27
4	1,27	1,54
5	1,54	1,81
6	1,81	2,08

Tabela 11

¹¹ A metodologia utilizada requer a construção de uma matriz de probabilidade de transição e para tanto é necessário estimar as probabilidades de transição. Quando não existirem municípios no período inicial para uma das classes de renda *per capita*, o estimador da probabilidade resulta em erro, e portanto, inviabiliza a utilização dessa metodologia.

Classes de Renda per capta (relativa)		
Mesorregião: Central Mineira		
n = 30 municípios; h = 0,28		
Classe	Li	Ls
1	0,44	0,72
2	0,72	1,00
3	1,00	1,28
4	1,28	1,56
5	1,56	1,84
6	1,84	2,12

Tabela 12

Classes de Renda per capta (relativa)		
Mesorregião: Jequitinhonha		
n = 50 municípios; h = 0,18		
Classe	Li	Ls
1	0,46	0,64
2	0,64	0,82
3	0,82	1,00
4	1,00	1,18
5	1,18	1,36
6	1,36	1,54

Tabela 13

Classes de Renda per capta (relativa)		
Mesorregião: Sul/Sudoeste de Minas		
n = 146 municípios; h = 0,13		
Classe	Li	Ls
1	0.48	0.61
2	0.61	0.74
3	0.74	0.87
4	0.87	1.00
5	1.00	1.13
6	1.13	1.26
7	1.26	1.39
8	1.39	1.52
9	1.52	1.65
10	1.65	1.78
11	1.78	1.91
12	1.91	2.04

Tabela 14

Classes de Renda per capta (relativa)		
Mesorregião: Vale do Mucuri		
n = 23 municípios; h = 0,37		
Classe	Li	Ls
1	0,26	0,63
2	0,63	1,00
3	1,00	1,37
4	1,37	1,74
5	1,74	2,11

Tabela 15

Matriz de Markov (transposta)						
Mesorregião: Campo das Vertentes						
	1	2	3	4	5	6
1	0,67	0,13	0,00	0,00	0,00	0,00
2	0,33	0,73	0,20	0,00	0,00	0,00
3	0,00	0,13	0,50	1,00	0,00	0,00
4	0,00	0,00	0,30	0,00	0,00	0,00
5	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00

Tabela 16

Matriz de Markov (transposta)						
Mesorregião: Central Mineira						
	1	2	3	4	5	6
1	0,71	0,11	0,00	0,00	0,00	0,00
2	0,29	0,56	0,18	0,00	0,00	0,00
3	0,00	0,33	0,55	0,00	1,00	0,00
4	0,00	0,00	0,27	0,00	0,00	0,00
5	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00

Tabela 17

Matriz de Markov (transposta)						
Mesorregião: Jequitinhonha						
	1	2	3	4	5	6
1	1,00	0,15	0,00	0,00	0,00	0,00
2	0,00	0,46	0,07	0,00	0,00	0,00
3	0,00	0,38	0,57	0,33	0,20	0,00
4	0,00	0,00	0,29	0,33	0,50	0,00
5	0,00	0,00	0,07	0,33	0,10	1,00
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,20	0,00

Tabela 18

Matriz de Markov (transposta)												
Mesorregião: Sul/Sudoeste de Minas												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0,33	0,06	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	0,33	0,39	0,21	0,09	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
3	0,33	0,39	0,36	0,31	0,11	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
4	0,00	0,17	0,29	0,31	0,19	0,07	0,13	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5	0,00	0,00	0,14	0,14	0,44	0,53	0,25	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
6	0,00	0,00	0,00	0,09	0,19	0,27	0,13	0,25	0,00	0,00	0,00	0,00
7	0,00	0,00	0,00	0,03	0,04	0,00	0,25	0,75	0,25	0,00	0,00	1,00
8	0,00	0,00	0,00	0,03	0,04	0,07	0,00	0,00	0,50	0,00	0,00	0,00
9	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,13	0,00	0,25	0,00	0,50	0,00
10	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,07	0,13	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00
11	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,50	0,00
12	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Tabela 19

Matriz de Markov (transposta)					
Mesorregião: Vale do Mucuri					
	1	2	3	4	5
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	1,00	0,80	0,67	0,00	0,00
3	0,00	0,20	0,33	0,50	0,00
4	0,00	0,00	0,00	0,50	0,00
5	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00

Tabela 20

Mesorregião: Campo das Vertentes												
Classes de PIB per capita		Convergência das 6 classes de PIB per capita de Minas Gerais em direção ao equilíbrio de longo prazo										
		Períodos (cada período se refere a intervalo de 9 anos)										
Li	Ls	Inicial	1	2	3	4	5	6	7	8	Infinito	
1 - 0.46	0.73	16.7%	16.7%	16.7%	16.5%	16.4%	16.3%	16.1%	16.1%	16.0%	15.7%	
2 - 0.73	1.00	41.7%	41.7%	40.6%	40.3%	40.0%	39.8%	39.7%	39.6%	39.5%	39.2%	
3 - 1.00	1.27	27.8%	22.2%	25.0%	24.6%	25.2%	25.3%	25.5%	25.6%	25.7%	26.1%	
4 - 1.27	1.54	2.8%	8.3%	6.7%	7.5%	7.4%	7.5%	7.6%	7.6%	7.7%	7.8%	
5 - 1.54	1.81	8.3%	8.3%	8.3%	8.3%	8.3%	8.3%	8.3%	8.3%	8.3%	8.3%	
6 - 1.81	2.08	2.8%	2.8%	2.8%	2.8%	2.8%	2.8%	2.8%	2.8%	2.8%	2.8%	

Tempo necessário para atingir a metade do caminho em direção ao estado estacionário (em anos) = $\ln(2)/\ln(\text{maior autovalor, exceto o unitário}) = 27$

A mesorregião de Campo das Vertentes, no longo prazo, permanecerá com todas as classes de nível de renda *per capita*, no entanto, a composição percentual de ocupação de cada estrato de renda sofrerá uma leve modificação em relação à inicial, como pode ser visto na tabela 20.

Nela nota-se que as duas classes superiores (5 e 6) não sofreram modificações e que a convergência de renda ocorreu em direção à quarta classe em função das três classes inferiores. De certa forma pode-se considerar este um resultado significativo por ser a quarta, uma classe com renda *per capita* de 27% a 54% acima da média do Estado e ainda que este resultado se concretiza de forma rápida quando encontramos um valor de 27 (vinte e sete anos) para que se atinja a metade do caminho em direção ao estado estacionário. Ou seja, é uma mesorregião que já se encontra bem próxima do seu estado estacionário.

Tabela 21

Mesorregião: Central Mineira												
Classes de PIB per capita		Convergência das 6 classes de PIB per capita de Minas Gerais em direção ao equilíbrio de longo prazo										
		Períodos (cada período se refere a intervalo de 9 anos)										
Li	Ls	Inicial	1	2	3	4	5	6	7	8	Infinito	
1 - 0.44	0.72	23.3%	20.0%	17.6%	15.7%	14.2%	13.0%	12.1%	11.4%	10.8%	8.9%	
2 - 0.72	1.00	30.0%	30.0%	28.4%	26.6%	25.9%	25.4%	24.7%	24.3%	24.0%	22.9%	
3 - 1.00	1.28	36.7%	33.3%	31.5%	36.7%	37.9%	37.9%	39.1%	39.9%	40.2%	42.0%	
4 - 1.28	1.56	3.3%	10.0%	9.1%	8.6%	10.0%	10.3%	10.3%	10.7%	10.9%	11.4%	
5 - 1.56	1.84	3.3%	3.3%	10.0%	9.1%	8.6%	10.0%	10.3%	10.3%	10.7%	11.4%	
6 - 1.84	2.12	3.3%	3.3%	3.3%	3.3%	3.3%	3.3%	3.3%	3.3%	3.3%	3.3%	
Tempo necessário para atingir a metade do caminho em direção ao estado estacionário (em anos) = $\ln(2)/\ln(\text{maior autovalor, exceto o unitário}) =$											25	

A mesorregião Central Mineira já apresenta um resultado mais interessante do que o encontrado para Campo das Vertentes, isto se evidencia na Tabela 21. Aqui também não ocorre o desaparecimento de nenhuma classe no longo prazo, o que se tem mais uma vez são alterações nas composições de cada classe, ou seja, migração de municípios ao longo das classes dadas. Vê-se que a convergência ocorre em direção a terceira, quarta e quinta classes, sendo que a sexta classe permanece inalterada ao longo da trajetória de convergência. Tem-se queda representativa na ocupação das classes inferiores (1 e 2), o que mostra uma convergência desejável, na medida em que o caminho para o equilíbrio estacionário se dá com a melhoria relativa dos municípios que têm menor renda *per capita*, e esse resultado se ratifica com um tempo necessário para atingir a metade do caminho em direção ao estado estacionário bom, leia-se 25 anos.

Tabela 22

Mesorregião: Jequitinhonha												
Classes de PIB per capita		Convergência das 6 classes de PIB per capita de Minas Gerais em direção ao equilíbrio de longo prazo										
		Períodos (cada período se refere a intervalo de 9 anos)										
Li	Ls	Inicial	1	2	3	4	5	6	7	8	Infinito	
1 - 0.46	0.64	2.1%	6.3%	8.5%	9.9%	11.0%	11.9%	12.7%	13.5%	14.2%	100.0%	
2 - 0.64	0.82	27.1%	14.6%	9.4%	7.0%	5.9%	5.3%	5.0%	4.8%	4.7%	0.0%	
3 - 0.82	1.00	29.2%	37.5%	37.9%	37.0%	36.1%	35.3%	34.7%	34.3%	33.9%	0.0%	
4 - 1.00	1.18	18.8%	25.0%	25.3%	27.5%	27.4%	27.7%	27.5%	27.5%	27.3%	0.0%	
5 - 1.18	1.36	20.8%	12.5%	16.4%	15.3%	16.6%	16.4%	16.7%	16.6%	16.6%	0.0%	
6 - 1.36	1.54	2.1%	4.2%	2.5%	3.3%	3.1%	3.3%	3.3%	3.3%	3.3%	0.0%	
Tempo necessário para atingir a metade do caminho em direção ao estado estacionário (em anos) = $\ln(2)/\ln(\text{maior autovalor, exceto o unitário}) =$											761	

Ao contrário do que foi observado até agora para Campo das Vertentes e Central Mineira, a mesorregião Jequitinhonha apresenta um resultado nada animador, sendo de certa forma um grande alerta para a atual situação da região. A tabela 22 nos mostra que, no longo prazo, *ceteris paribus*, só existirá a primeira classe de nível de renda *per capita*, o que revela uma convergência de renda perversa em direção à pobreza. É evidente que apesar de tal situação, uma grande ressalva deve ser imposta para tornar o resultado relevante, e essa ressalva se expressa no tempo necessário para se atingir a metade do caminho em direção ao estado estacionário, o qual é de 761 anos. Mesmo que o estado estacionário perverso esteja muito distante, o resultado nos revela que a direção de convergência não está adequada. Esta é uma região que atualmente já

concentra um grande contingente de municípios pobres e requer uma atenção especial por parte dos *policy makers* no sentido de inverter esta trajetória.

Tabela 23

Mesorregião: Sul/Sudoeste de Minas												
Classes de PIB per capita		Convergência das 12 classes de PIB per capita de Minas Gerais em direção ao equilíbrio de longo prazo										
		Períodos (cada período se refere a intervalo de 9 anos)										
Li	Ls	Inicial	1	2	3	4	5	6	7	8	Infinito	
1 - 0.48	0.61	2.1%	1.4%	1.1%	1.0%	0.9%	0.9%	0.9%	0.9%	0.9%	0.0%	
2 - 0.61	0.74	12.3%	11.6%	11.4%	11.1%	10.9%	10.7%	10.6%	10.4%	10.3%	0.0%	
3 - 0.74	0.87	19.2%	21.9%	21.4%	21.1%	20.9%	20.6%	20.4%	20.2%	20.0%	0.0%	
4 - 0.87	1.00	24.0%	19.9%	19.8%	19.7%	19.6%	19.4%	19.2%	19.0%	18.7%	0.0%	
5 - 1.00	1.13	18.5%	21.2%	22.1%	22.4%	22.5%	22.4%	22.1%	21.9%	21.6%	0.0%	
6 - 1.13	1.26	10.3%	9.6%	9.8%	9.9%	9.9%	9.8%	9.7%	9.6%	9.4%	0.0%	
7 - 1.26	1.39	5.5%	6.2%	6.0%	5.5%	5.3%	5.0%	4.8%	4.7%	4.6%	0.0%	
8 - 1.39	1.52	2.7%	3.4%	3.0%	2.9%	2.7%	2.6%	2.5%	2.5%	2.4%	0.0%	
9 - 1.52	1.65	2.7%	2.1%	1.6%	1.3%	1.1%	1.0%	0.9%	0.8%	0.8%	0.0%	
10 - 1.65	1.78	0.7%	2.1%	3.5%	4.9%	6.2%	7.5%	8.8%	10.1%	11.3%	100.0%	
11 - 1.78	1.91	1.4%	0.7%	0.3%	0.2%	0.1%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	
12 - 1.91	2.04	0.7%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	

Tempo necessário para atingir a metade do caminho em direção ao estado estacionário (em anos) = $\ln(2)/\ln(\text{maior autovalor, exceto o unitário}) =$ 463

Na mesorregião sul/sudoeste de Minas ocorre um resultado quase que antagônico ao encontrado para a mesorregião Jequitinhonha. Ao observarmos a tabela 23 notamos que a convergência ocorre em direção a uma classe superior (no caso a décima classe), desaparecendo todas as demais no longo prazo. Um resultado altamente animador, mas que como no caso da mesorregião Jequitinhonha aqui também merece uma ressalva para que seja validado. O tempo para que se atinja a metade do caminho em direção ao estado estacionário é de 463 anos, um valor bem alto para que se assumam a importância qualitativa de tal resultado sem as devidas precauções. Destaca-se nessa região a proximidade com o noroeste paulista, a qual se beneficiou do processo de interiorização da produção ocorrida recentemente no estado vizinho.

Tabela 24

Mesorregião: Vale do Mucuri												
Classes de PIB per capita		Convergência das 5 classes de PIB per capita de Minas Gerais em direção ao equilíbrio de longo prazo										
		Períodos (cada período se refere a intervalo de 9 anos)										
Li	Ls	Inicial	1	2	3	4	5	6	7	8	Infinito	
1 - 0.26	0.63	4.3%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	
2 - 0.63	1.00	65.2%	65.2%	66.7%	68.3%	69.3%	69.7%	70.0%	70.1%	70.2%	70.2%	
3 - 1.00	1.37	13.0%	21.7%	22.5%	21.9%	21.5%	21.3%	21.2%	21.1%	21.1%	21.1%	
4 - 1.37	1.74	8.7%	4.3%	2.2%	1.1%	0.5%	0.3%	0.1%	0.1%	0.0%	0.0%	
5 - 1.74	2.11	8.7%	8.7%	8.7%	8.7%	8.7%	8.7%	8.7%	8.7%	8.7%	8.7%	

Tempo necessário para atingir a metade do caminho em direção ao estado estacionário (em anos) = $\ln(2)/\ln(\text{maior autovalor, exceto o unitário}) =$ 9

Por fim, ao analisarmos a mesorregião Vale do Mucuri através da Tabela 24 nota-se que duas classes de nível de renda *per capita* desaparecem no longo prazo (classes 1 e 4). Concomitante a tal fenômeno, a classe superior permanece inalterada, ocorrendo um rearranjo da composição dos municípios entre a segunda e terceira classe. Essa convergência em direção a tais classes (2 e 3) tem um significado dúbio em termos qualitativos: se por um lado municípios que ocupam a classe mais pobre passam a ocupar as classes 2 e 3, o lado bom da história, por outro lado, municípios que

ocupavam a quarta classe têm um retrocesso de renda *per capita*. Esse tipo de convergência produzirá um abismo maior entre os mais ricos e os mais pobres da mesorregião, dado o desaparecimento da quarta classe, expressando novamente “clubes de convergência”. A validação de tal resultado é visto através do tempo necessário para se atingir a metade do caminho em direção ao estado estacionário, que é de 9 anos, um período muito curto.

Os resultados por mesorregião reforçam a necessidade de intervenção dos governos mineiros no sentido de alterarem os estados estacionários à qual os municípios das mesorregiões Jequitinhonha e Vale do Mucuri estão submetidos de acordo com a metodologia aplicada. Seguramente, essas são as regiões mais carentes do Estado de Minas Gerais e a década de 1990 revela uma trajetória nada animadora para a população local. Enquanto as demais regiões, onde foram possíveis realizar os cálculos, apresentaram trajetórias de convergência de renda *per capita*, em que os municípios mais pobres migraram para classes de maior renda.

5. Conclusão

O esforço do artigo foi de buscar resposta da existência de convergência de renda para o estado de Minas Gerais em vários níveis de agregação/desagregação regional (compreende-se aqui as microrregiões, as mesorregiões como um todo e cada mesorregião). Os resultados sugerem que no caso das microrregiões a convergência não se concretiza de forma aceitável dado o tempo necessário para que se atinja a metade do caminho em direção ao estado estacionário, que se mostrou muito alto (2236 anos), ou seja, um processo de convergência muito lento.

Para as mesorregiões como um todo o resultado de convergência se mostrou na forma de “clubes de convergência”, e com o tempo necessário para que se atinja a metade do caminho em direção ao estado estacionário de 15 anos: uma velocidade muito significativa. No estado estacionário, Minas Gerais deve apresentar duas classes de renda, em que deixará de existir a segunda classe, persistindo apenas uma classe inferior (0.20 a 0.60 do nível de renda *per capita* médio estadual) com 1/3 dos municípios e apenas duas outras classes acima da média (50% dos municípios terão renda igual ou 40% acima da média do Estado). Ressalta-se ainda que a classe superior se mantém constante através da trajetória de crescimento equilibrado.

Na análise de cada mesorregião, foram encontrados quatro tipos de resultados marcantes para os estados estacionários: *i*) uma convergência *positiva extrema* na mesorregião Sul/Sudoeste, em que todos os municípios migram para uma classe de renda superior; *ii*) uma convergência *positiva* nas mesorregiões Central Mineira e Campo das Vertentes, em que se observa uma distribuição dos municípios deslocando para a direita – os pobres melhoram mais que os ricos; *iii*) uma convergência *negativa* para a mesorregião Vale do Mucuri, em que tende a existir dois clubes de convergência, pobres e ricos, desaparecendo uma classe intermediária; *iv*) uma convergência *negativa extrema* para a mesorregião Jequitinhonha, na qual todos os municípios tendem para a classe inferior. Nesses dois últimos casos, embora o tempo necessário para que se atinja a metade do caminho em direção ao estado estacionário seja muito elevado, ainda assim, a trajetória verificada na década de 1990 revela-nos um preocupante quadro delineado para o futuro. Os responsáveis pelas políticas econômicas devem olhar com maior preocupação para tais regiões, no sentido de reverter esta trajetória.

6. Referência Bibliográfica

ATLAS DO DESENVOLVIMENTO HUMANO 2003, Fundação João Pinheiro de Minas.

BARRO, R. J.; SALA-i-MARTIN, X. “Convergence across states and regions”. Brookings Papers on Economic Activity, p. 107-182, 1991.

BARRO, R. J.; SALA-i-MARTIN, X. “Convergence”. Journal of Political Economy, v. 100, p. 223-251, 1992.

DE LONG, Bradford. “Productivity growth, convergence, and welfare: comment.” American Economic Review, n.5, v.78, p. 1138-1154, dec. 1988.

BAUMOL, William. “Productivity growth, convergence, and welfare: what the long-run data show.” American Economic Review, n.5, v.76, p. 1072-1085, dec. 1986.

DINIZ, C.C. “A questão regional e as políticas governamentais no Brasil”. Belo Horizonte: CEDEPLAR, 2001. (Texto de discussão).

EASTERLY, W. “O espetáculo do crescimento”. 1 ed. Rio de Janeiro: Ediouro, 2004.

ELLERY JR.; R. “Crescimento e Desenvolvimento Social e Econômico.” 24 fev.2002. Disponível em: < <http://www.robortoellery.com.br/teaching/crescimento.pdf> > Acesso em 12 out. 2005.

FOCHEZATTO, A.; STULP, V.J. “A evolução das disparidades regionais no Rio Grande do Sul: uma aplicação de matrizes de Markov.” Revista Nova Economia, n.14, v.1, p.39-66, jan-abr. 2004.

HOWARD, A.; RORRES, C. “Álgebra Linear com Aplicações”. 8 ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.

JONES, C.I. “Introdução à Teoria do Crescimento Econômico”. 1. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2000.

MAGRINI, S. “The evolution of income disparities among the regions of the European Union”. Regional Science and Urban Economics, n. 29, 1999.

MEYER, P.L. “Probabilidade: Aplicações à Estatística”. 2 ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, 2003.

PAGAN, A.; ULLAH, A. “Nonparametric econometrics”. Cambridge/UK: Cambridge University Press, 1999.

SIMON, C. P.; BLUME, L. “Matemática Para Economistas”. 1. ed. Porto Alegre: Bookman, 2004.

SMITH, A. “A Riqueza das Nações”. 3 ed. São Paulo: Nova Cultural, 1988.

Apêndice Matemático

Processos de Markov

Vamos definir mais formalmente o processo que utilizamos aqui, conhecido como processo de Markov. Antes de tudo, devemos entender que vamos supor que tenhamos um conjunto de variáveis aleatórias discretas, ou seja, uma para cada período. Essa variável relaciona um evento ao acaso, (aqui serão as mesoregiões ou microregiões) ao valor de seu produto interno bruto *per capita* em relação à média estadual (denotaremos esta variável por X_t). Suponha que esse conjunto de valores seja finito. Definiremos então as probabilidades de transição como segue abaixo:

Definição 1: Considere $\{X_t\}_{t \in \mathbb{N}} : \Omega \rightarrow R$ uma seqüência enumerável de variáveis aleatórias (ou seja, um processo estocástico) definidas em um mesmo espaço amostral Ω que possuem imagem discreta $\{x_1, \dots, x_n\} \subset R$. Dizemos que $\{X_t\}_{t \in \mathbb{N}}$ é um Processo Estocástico de Markov (PEM) quando temos a seguinte relação:

$$P(X_{t+1} = x_j | X_t = x_i, \dots, X_0 = x_0) = P(X_{t+1} = x_j | X_t = x_i) = p_{ij} \forall t, i, j$$

Ou seja, as probabilidades de transição independem do tempo em todas as informações passadas. Quando isto acontece, dizemos também que a distribuição não possui memória.

Vamos construir uma matriz de transição semelhante à matriz de Markov, a qual indicará a probabilidade uma certa região com PIB *per capita* no período $t+1$: X_{t+1} estar em um intervalo relativo a média (digamos A_j) dado que no período anterior t , o PIB *per capita* (relativo à média do estado) desta região pertencia a outro intervalo A_i . Em notação matemática definimos então a matriz de Markov como $M_{ij} = P(X_{t+1} = A_j | X_t \in A_i)$. Vamos supor uma condição semelhante à de Markov, ou seja que M_{ij} independe do tempo.

Vamos considerar as classes (ou intervalos) A_i de acordo com o que foi definido anteriormente. Observe que essas classes foram construídas de forma com que sejam intervalos dois a dois disjuntos. Considere o vetor de distribuição de probabilidade nas n classes A_i de $X_t : F_t = [P(X_t \in A_1), \dots, P(X_t \in A_n)]$. Vamos entender como podemos relacionar os vetores F_{t+1} , F_t e a matriz de Markov M . Primeiramente, observe que

$$P(X_{t+1} \in A_j | X_t \in A_k) = \frac{P[(X_{t+1} \in A_j) \cap (X_t \in A_k)]}{P(X_t \in A_k)}$$

Logo temos que

$$[F_t M]_j = \sum_{k=1}^n [F_t]_k M_{kj} = \sum_{k=1}^n P(X_t \in A_k) P(X_{t+1} \in A_j | X_t \in A_k) =$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{k=1}^n P(X_{t+1} \in A_j) \cap (X_t \in A_k) = P\left[(X_{t+1} \in A_j) \cap \left(\bigcup_{k=1}^n X_t \in A_k\right)\right] = \\
&= P\left[(X_{t+1} \in A_j) \cap \Omega\right] = P(X_{t+1} \in A_j) = [F_{[t+1]}]_j
\end{aligned}$$

a partir daí chegamos à seguinte relação de Markov:

$$F_{t+1} = F_t M \quad \text{ou em outro modo: } F_{t+1}^T = M^T F_t^T$$

em que M^T é a matriz de Markov transposta.

Caso as variáveis não sejam discretas, também podemos ter essas relações. No caso, a análise dos dados é baseada em uma amostra e as probabilidades condicionais são estimativas de máxima verossimilhança da probabilidade original, definido como segue abaixo. Considere a função indicadora: $I_A(x)$ como sendo 1 se $x \in A$ e 0 caso contrário. Então o estimador é definido como:

$$\hat{P} = \frac{\sum_{i=1}^n I_{A_j}(X_{t+1,i}) I_{A_k}(X_{t,i})}{\sum_{i=1}^n I_{A_k}(X_{t,i})}$$

em que X_{t1}, \dots, X_{tm} é uma amostra aleatória de X_t e $X_{t+1,1}, \dots, X_{t+1,n}$ é uma amostra aleatória de X_{t+1} observe que \hat{P} é uma variável aleatória (um estimador) e que o numerador da expressão acima conta quantas vezes os elementos da amostra de X_{t+1} caem em A_j e os elementos da amostra de X_t caem em A_k ao mesmo tempo. Além disso, o denominador calcula o número total de elementos que temos da amostra de X_t caindo dentro de A_k . Esta relação claramente estima a probabilidade dada pela equação $P(X_{t+1} \in A_j | X_t \in A_k) = \frac{P[(X_{t+1} \in A_j) \cap (X_t \in A_k)]}{P(X_t \in A_k)}$ pelo método de máxima verossimilhança.